

---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО  
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ

---



НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
СТАНДАРТ  
РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р ИСО  
13752—  
2005

---

Качество воздуха

**ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ  
МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ ПРИМЕНЕНИЯ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕФЕРЕНТНОГО  
МЕТОДА**

ISO 13752:1998  
Air quality — Assessment of uncertainty of a measurement  
method under field conditions  
using a second method as reference  
(IDT)

Издание официальное

БЗ 11—2005/219



Москва  
Стандартинформ  
2006

## Предисловие

Цели и принципы стандартизации в Российской Федерации установлены Федеральным законом от 27 декабря 2002 г. № 184-ФЗ «О техническом регулировании», а правила применения национальных стандартов Российской Федерации — ГОСТ Р 1.0 — 2004 «Стандартизация в Российской Федерации. Основные положения»

### Сведения о стандарте

1 ПОДГОТОВЛЕН Открытым акционерным обществом «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (ОАО «НИЦ КД») на основе собственного аутентичного перевода стандарта, указанного в пункте 4

2 ВНЕСЕН Техническим комитетом по стандартизации ТК 457 «Качество воздуха»

3 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 22 декабря 2005 г. № 321-ст

4 Настоящий стандарт идентичен международному стандарту ИСО 13752:1998 «Качество воздуха. Оценка неопределенности метода измерений в условиях применения с использованием второго метода в качестве референтного» (ISO 13752:1998 «Air quality — Assessment of uncertainty of a measurement method under field conditions using a second method as reference»).

Наименование настоящего стандарта изменено относительно наименования указанного международного стандарта для приведения в соответствие с ГОСТ Р 1.5 — 2004 (подраздел 3.5).

При применении настоящего стандарта рекомендуется использовать вместо ссылочных международных стандартов соответствующие им национальные стандарты, сведения о которых приведены в дополнительном приложении С

### 5 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

*Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в ежегодно издаваемом информационном указателе «Национальные стандарты», а текст изменений и поправок — в ежемесячно издаваемых информационных указателях «Национальные стандарты». В случае пересмотра (замены) или отмены настоящего стандарта соответствующее уведомление будет опубликовано в ежемесячно издаваемом информационном указателе «Национальные стандарты». Соответствующая информация, уведомление и тексты размещаются также в информационной системе общего пользования — на официальном сайте национального органа Российской Федерации по стандартизации в сети Интернет*

© Стандартинформ, 2006

Настоящий стандарт не может быть полностью или частично воспроизведен, тиражирован и распространен в качестве официального издания без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

II

## Введение

Характеристики методов измерений качества воздуха установлены ИСО 6879. Соответствующие процедуры их определения приведены в ИСО 9169, за исключением точности; в настоящем стандарте рассматриваемой как неопределенность измерений в соответствии с требованиями «Руководства по выражению неопределенности измерений».

Неопределенность измерений в условиях применения рассматривается также в стандартах ИСО 7935:1992 «Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации диоксида серы — Параметры автоматических методов измерений» и ИСО 10849:1996 «Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации оксидов азота — Рабочие характеристики автоматических измерительных систем». Однако процедуры, приведенные в этих стандартах, ограничиваются определением либо независимой от концентрации систематической погрешности при допущении независимой от концентрации дисперсии, либо пропорциональной концентрации систематической погрешности при допущении относительно пропорциональной концентрации дисперсии.

## Содержание

1 Область применения . . . . .	1
2 Нормативные ссылки . . . . .	1
3 Обозначения и сокращения . . . . .	1
4 Основные принципы . . . . .	2
5 Требования . . . . .	4
6 Параллельные измерения . . . . .	5
7 Графический анализ дисперсии . . . . .	5
8 Оценка коэффициентов функции линейной регрессии . . . . .	6
9 Оценка неопределенности измерений . . . . .	9
Приложение А (справочное) Образец крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии . . . . .	11
Приложение В (справочное) Пример крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии . . . . .	13
Приложение С (справочное) Сведения о соответствии национальных стандартов Российской Федерации ссылочным международным (региональным) стандартам . . . . .	15
Библиография . . . . .	15

## Качество воздуха

ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ ПРИМЕНЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕФЕРЕНТНОГО МЕТОДА

Air quality.

Assessment of uncertainty of a measurement method under field conditions  
using a reference method

Дата введения — 2006—06—01

## 1 Область применения

Настоящий стандарт устанавливает процедуру оценки неопределенности измерений, выполняемых «полевым»<sup>1)</sup> методом, подлежащим проверке (далее — проверяемый метод), по другому (референтному) методу. Используемый референтный метод не обязательно должен быть стандартизован.

Неопределенность измерений оценивают сравнением результатов измерений, полученных одновременно на реальных пробах проверяемым и референтным методами. Оценка неопределенности относится только к диапазону измерений, в котором она была получена.

Настоящая процедура разработана специально для оценки пригодности (валидации) проверяемого метода.

## 2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использованы нормативные ссылки на следующие стандарты:  
ИСО 6879:1995 Качество воздуха — Характеристики и соответствующие им понятия, относящиеся к методам измерений качества воздуха  
ИСО 9169:1994 Качество воздуха — Определение характеристик методов измерений

## 3 Обозначения и сокращения

В настоящем стандарте применены следующие обозначения и сокращения<sup>2)</sup>:

$a_0, a_1, a_2$  — коэффициенты функции дисперсии.  
ХКВ — характеристика качества воздуха (обычно концентрация).  
 $b_0, b_1$  — коэффициенты функции линейной регрессии или градуировочной функции.  
 $F$  —  $F$ -статистика.  
 $k$  — коэффициент охвата.  
 $L$  — функция правдоподобия.  
 $l$  — логарифм функции правдоподобия.  
 $N, N_1, N_2$  — число пар  $(x_i, y_i)$  и число пар подсовокупностей 1 и 2 соответственно.  
 $P(y_i)$  — вероятность  $y_i$ .  
 $r_i$  — остаток при  $x_i$ .  
 $s, s_i$  — стандартное отклонение как функция ХКВ и при значении ХКВ, равном  $x_i$ , соответственно.  
 $s'$  — преобразованное стандартное отклонение как функция ХКВ.  
 $s_{a_0}, s_{a_1}, s_{a_2}$  — стандартное отклонение  $a_0, a_1$  и  $a_2$  соответственно<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Метод измерений в реальных условиях применения (далее — условия применения).

<sup>2)</sup> Определения применяемых терминов можно найти в [1] и [2].

<sup>3)</sup> Данные обозначения в тексте стандарта не употребляются, приведены для сохранения идентичности ИСО 13752:1998.



$s_{b_0}, s_{b_1}$  — стандартное отклонение  $b_0$  и  $b_1$  соответственно.

$s_x, s_y$  — стандартное отклонение значений  $x_i$  и  $y_i$  соответственно<sup>1)</sup>.

$s_{y_{cor}}$  — стандартное отклонение измеренного значения  $y$  после введения поправки на систематическую погрешность.

$s_{\Delta y}$  — стандартное отклонение (неопределенность) систематической погрешности.

$U$  — расширенная неопределенность (коэффициент охвата  $k = 2$ ) как мера неопределенности измерений.

$X$  — переменная величина  $x$ -метода.

$x, x_i$  — значение ХКВ и  $i$ -е значение ХКВ соответственно.

$x'_i$  — преобразованное значение  $x_i$ .

$\bar{x}, \bar{x}_w, \bar{y}$  — среднее и средневзвешенное всех значений  $x_i$  и среднее всех значений  $y_i$  соответственно.

$Y$  — переменная величина  $y$ -метода.

$y_i$  — результат измерений  $y$ -методом при  $x_i$  или значение выходного сигнала  $y$ -метода при  $x_i$ .

$y'_i$  — преобразованное значение  $y_i$ .

$\hat{y}$  — оценка  $Y$  при значении ХКВ, равном  $x$ .

$\hat{y}_i$  — оценка  $Y$  при значении ХКВ, равном  $x_i$ .

$y_{cor}$  — результат измерений, полученный  $y$ -методом после введения поправки на систематическую погрешность.

$\Delta y$  — систематическая погрешность (смещение) проверяемого метода при значении ХКВ, равном  $X = x$ .

$\varepsilon$  — случайное число из нормального распределения с центральным значением 0 и стандартным отклонением 1<sup>1)</sup>.

$w_i$  — весовой коэффициент при  $x_i$ .

$e$  — 2,718.

## 4 Основные принципы

На основе параллельных измерений в условиях применения получают  $N$  пар результатов измерений  $\{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$ . Результаты измерений, полученные референтным методом ( $x$ -методом), рассматривают как истинные. Разность результатов измерений в паре приписывают отклонению результата измерений, полученному проверяемым методом ( $y$ -методом).

При выборе модели зависимости между переменными величинами  $X$  и  $Y$  принимают допущение об их линейной зависимости:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x. \quad (1)$$

Коэффициенты функции линейной регрессии  $b_0$  и  $b_1$  оценивают исходя из следующих допущений относительно дисперсии результатов измерений, полученных  $y$ -методом:

- стандартное отклонение проверяемого метода не зависит от  $x$  (т. е. стандартное отклонение является постоянным) и задается формулой

$$s^2 = a_0^2 \text{ или } s = a_0; \quad (2)$$

- стандартное отклонение проверяемого метода пропорционально  $x$  (т. е. коэффициент вариации постоянен) и задается формулой

$$s^2 = a_2^2 x^2 \text{ или } s = a_2 x. \quad (3)$$

**П р и м е ч а н и е 1** — Первое допущение рассматривает флуктуации фона или значения коэффициента  $b_0$  (свободного члена — отсекаемого отрезка<sup>2)</sup>) без учета флуктуаций коэффициента  $b_1$  (коэффициента наклона); второе — флуктуации коэффициента наклона без учета флуктуаций фона или свободного члена.

**П р и м е ч а н и е 2** — Значения коэффициентов функции линейной регрессии (оценка систематической погрешности) слабо зависят от отклонений, принятых в допущении о стандартном отклонении проверяемого метода. Однако оцененная случайная составляющая неопределенности измерений сильно зависит от данного допущения.

<sup>1)</sup> Данные обозначения в тексте стандарта не употребляются, приведены для сохранения идентичности ИСО 13752:1998.

<sup>2)</sup> См. ИСО 6879.

Функция дисперсии общего вида, используемая в настоящем стандарте, позволяет учитывать не только изменчивость коэффициентов наклона и значений свободных членов, но также статистический шум, стандартное отклонение которого пропорционально квадратному корню из значения  $x$  (приблизительно пропорционально квадратному корню из  $x$ ). Функцию дисперсии общего вида рассчитывают по формуле

$$s^2 = a_0^2 + a_1^2 x + a_2^2 x^2. \quad (4)$$

**Примечание 3** — Коэффициенты возведены в квадрат, т.к. коэффициент в большей мере, чем его квадрат, отражает физический смысл.

**Примечание 4** — Процедура вычисления функции дисперсии общего вида, представленная в ИСО 9169, не может быть использована, т.к. отсутствует возможность проведения измерений в условиях повторяемости.

Значения коэффициентов принятой модели дисперсии общего вида [ $b_0$  и  $b_1$  в формуле (1) и  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  в формуле (4)] не могут быть рассчитаны. Их подбирают на основе критерия максимального правдоподобия итеративным методом. Блок-схема вычисления коэффициентов функции линейной регрессии методом максимального правдоподобия приведена на рисунке 1. После выбора начальных значений коэффициентов, при использовании допущения о нормальности закона распределения, вычисляют вероятность  $P(y_i)$  в каждой точке, отвечающей результатам измерений  $(x_i, y_i)$  и принадлежащей линии регрессии, по формуле

$$P(y_i) = \frac{1}{s_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2s_i^2}}. \quad (5)$$

Функцию правдоподобия  $L$ , являющуюся произведением отдельных вероятностей результатов измерений, полученных  $y$ -методом, вычисляют по формуле

$$L = \prod_{i=1}^N \frac{1}{s_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2s_i^2}}. \quad (6)$$

Варьируя коэффициенты, вычисляют значения функции правдоподобия вплоть до максимального. Соответствующие коэффициенты являются коэффициентами максимального правдоподобия регрессионной модели. Для определения этого значения применяют компьютерную обработку данных.

Неопределенность измерений, соответствующую любому полученному значению ХКВ, оценивают по функции регрессии и функции дисперсии.

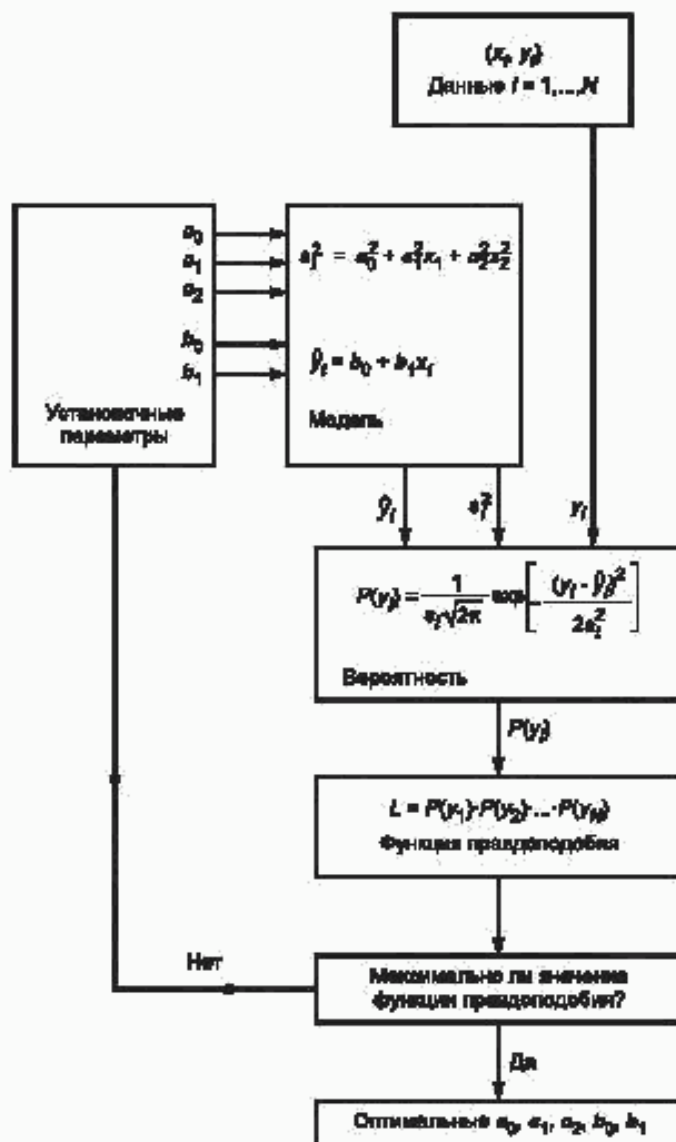


Рисунок 1 — Блок-схема вычисления коэффициентов функции линейной регрессии методом максимального правдоподобия

## 5 Требования

### 5.1 Общие положения

Процедуру, установленную настоящим стандартом, применяют при выполнении следующих условий:

- существует линейная зависимость между сравниваемыми переменными; если зависимость нелинейна, но известно ее математическое выражение, процедура может быть адаптирована;
- погрешности измерений проверяемого метода подчиняются нормальному закону распределения;
- неопределенность измерений, присущая референтному методу, незначительна по сравнению с неопределенностью измерений проверяемого метода; в противном случае она будет ошибочно приписана проверяемому методу, что приведет к завышению неопределенности измерений;



- влияние различий в составе проб воздуха, отобранных двумя методами, незначительно по сравнению с ожидаемой неопределенностью измерений проверяемого метода; в противном случае данная составляющая погрешности будет ошибочно приписана проверяемому методу, что приведет к завышению неопределенности измерений.

Неопределенность коэффициентов, оцененных в соответствии с настоящим стандартом, может быть снижена путем увеличения числа пар измерений. Поэтому рекомендуется проводить по крайней мере 30 пар измерений, если применяют модель дисперсии общего вида, принятую настоящим стандартом.

### 5.2 Проверяемый метод (у-метод)

Выполняют все операции, предусмотренные методом измерений, который подлежит оценке.

### 5.3 Референтный метод (х-метод)

Проверяют допущение о незначительности неопределенности х-метода по сравнению с у-методом с учетом условий проведения измерений (в том числе условий окружающей среды), ожидаемых на месте проведения проверки, например наличия мешающих веществ, температуры и т. д. Проверку допущения о неопределенности х-метода проводят на основе анализа принципа измерений, литературных данных или результатов испытаний в лабораторных условиях или в условиях применения. Ориентируясь на детальное описание х-метода, выполняют соответствующие измерения.

### 5.4 Условия проведения измерений

Условия проведения измерений должны соответствовать условиям, в которых планируют использовать проверяемый метод (продолжительность измерений, диапазон изменений ХКВ, диапазон изменений физических и химических влияющих величин и условия работы). Фиксируют условия, в том числе окружающей среды, на месте проведения измерений.

Средства измерений, используемые в обоих методах, должны быть установлены так, чтобы:

- различия в составе параллельных проб были незначительны;
- средства измерений одного метода не влияли на средства измерений другого метода.

### 5.5 Обработка данных

При использовании модели дисперсии общего вида для нахождения функции максимального соответствия (правдоподобия) путем подбора значений  $a_0, a_1, a_2, b_0$  и  $b_1$  применяют компьютерную обработку данных.

## 6 Параллельные измерения

Проводят параллельные измерения, являющиеся представительными для условий, в которых планируют применение проверяемого метода. Фиксируют результаты параллельных измерений.

## 7 Графический анализ дисперсии

Дисперсия результатов измерений может быть постоянной или увеличиваться при увеличении значения ХКВ. Зависимость дисперсии от значения ХКВ может быть представлена графически путем построения для всех пар результатов измерений ( $x_i, y_i$ ) абсолютных разностей  $|r_i|$  в зависимости от  $x_i$ , где  $r_i = y_i - \hat{y}_i$ , а  $\hat{y}_i$  — предсказанное значение, полученное оценкой регрессии обычным методом наименьших квадратов:

- если значения разностей не зависят от  $x_i$ , см. 8.2;
- если значения разностей являются пропорциональными  $x_i$ , см. 8.3;
- если значения разностей не являются ни независимыми, ни пропорциональными  $x_i$ , см. 8.4.

В тех случаях, когда первое или второе условие применимо только для части диапазона измерений, диапазон измерений должен быть соответственно уменьшен<sup>1)</sup>.

Коэффициенты функции регрессии и функции дисперсии в соответствии с 8.2 и 8.3 могут быть рассчитаны (простая модель дисперсии). Коэффициенты в соответствии с 8.4 определяют итеративным методом, что требует многократных расчетов, возможных лишь при использовании компьютера (модель дисперсии общего вида).

Подразделы 8.2 и 8.3 содержат процедуры проверки, позволяющие выяснить, подтверждается или нет допущение относительно принятой модели дисперсии.

<sup>1)</sup> Диапазон измерений может быть разбит на поддиапазоны, в каждом из которых должно быть выполнено конкретное условие из перечисленных.

## 8 Оценка коэффициентов функции линейной регрессии

### 8.1 Общие положения

Принятая линейная зависимость между переменными  $X$  и  $Y$  описывается уравнением линейной регрессии

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x. \quad (7)$$

Если дисперсия результатов измерений относительно линии регрессии не зависит от значения ХКВ (см. 8.2), ее определяют по формуле

$$s^2 = a_0^2. \quad (8)$$

Если дисперсия относительно линии регрессии пропорциональна значению ХКВ (см. 8.3), ее определяют по формуле

$$s^2 = a_2^2 x^2. \quad (9)$$

В общем случае, если дисперсия относительно линии регрессии является монотонной функцией значения ХКВ (см. 8.4), ее определяют по формуле

$$s^2 = a_0^2 + a_1^2 x + a_2^2 x^2. \quad (10)$$

Выбирают одну из указанных выше моделей дисперсии.

### 8.2 Стандартное отклонение постоянно

Коэффициенты функции линейной регрессии  $b_1$  и  $b_0$  вычисляют по формулам:

$$b_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - \frac{\sum_i x_i \sum_i y_i}{N}}{\sum_i x_i^2 - \frac{\left(\sum_i x_i\right)^2}{N}}; \quad (11)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}. \quad (12)$$

Проверяют, подтверждается или нет допущение относительно постоянства дисперсии:

- выбирают  $N_1$  пар результатов измерений вблизи верхнего предела диапазона измерений и  $N_2$  пар вблизи нижнего предела при условии  $N_1 = N_2 = N/3$ ;
- не используют среднюю часть диапазона измерений;
- рассчитывают статистику  $F$  по формуле

$$F = \frac{\left( \sum_{i=1}^{N_1} (y_i - \hat{y}_i)^2 \right) / (N_1 - 1)}{\left( \sum_{j=1}^{N_2} (y_j - \hat{y}_j)^2 \right) / (N_2 - 1)}; \quad (13)$$

- если  $F$  не превышает табулированное значение  $F_{N_1-1, N_2-1, 1-\alpha}$  для  $F$ -распределения в случае одностороннего критерия для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , принятое за критическое значение, дисперсию считают постоянной;

- если  $F$  превышает табулированное значение  $F$ , см. 8.3 или 8.4.

Дисперсию  $s^2$  вычисляют по формуле

$$s^2 = a_0^2 = \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - 2}. \quad (14)$$

Стандартные отклонения  $s_{b_0}$  и  $s_{b_1}$  коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  вычисляют по формулам:

$$s_{b_0} = s_{b_1} \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{N}}; \quad (15)$$

$$s_{b_1} = \frac{s}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}. \quad (16)$$

### 8.3 Коэффициент вариации постоянен

Для получения линейного соотношения с постоянной дисперсией исходный набор данных  $(x_i, y_i)$  преобразуют в новый набор данных  $(x'_i, y'_i)$  по формулам:

$$y'_i = \frac{y_i}{x_i}; \quad (17)$$

$$x'_i = \frac{1}{x_i}. \quad (18)$$

Коэффициенты функции линейной регрессии  $b'_1$  и  $b'_0$  вычисляют по формулам:

$$b'_1 = \frac{\sum_i x'_i y'_i - \frac{\sum_i x'_i \sum_i y'_i}{N}}{\sum_i (x'_i)^2 - \frac{\left(\sum_i x'_i\right)^2}{N}}; \quad (19)$$

$$b'_0 = \bar{y}' - b'_1 \bar{x}'. \quad (20)$$

Проверяют, подтверждается или нет допущение относительно постоянства дисперсии для преобразованных переменных:

- выбирают  $N_1$  пар результатов измерений в области верхней границы диапазона измерений и  $N_2$  пар в области нижней границы с условием  $N_1 = N_2 = N/3$ ;
- не используют среднюю часть диапазона;
- статистику  $F$  вычисляют по формуле

$$F = \frac{\left( \sum_{i=1}^{N_1} (y'_i - \hat{y}'_i)^2 \right) / (N_1 - 1)}{\left( \sum_{j=1}^{N_2} (y'_j - \hat{y}'_j)^2 \right) / (N_2 - 1)}; \quad (21)$$

- если  $F$  не превышает табулированное значение  $F_{N_1-1, N_2-1, 1-\alpha}$  для  $F$ -распределения в случае одностороннего критерия для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , принятое за критическое значение, дисперсию считают постоянной;

- если  $F$  превышает табулированное значение  $F$ , см. 8.2 или 8.4.

Функцию дисперсии  $s'^2$  вычисляют по формуле

$$s'^2 = \frac{\sum_i (y'_i - \hat{y}'_i)^2}{N - 2}. \quad (22)$$

Проводят обратное преобразование полученных значений по формулам:

$$b_0 = b'_1; \quad (23)$$

$$b_1 = b'_0; \quad (24)$$

$$\bar{s}^2 = a_2^2 x^2 = s'^2 x^2. \quad (25)$$

Стандартные отклонения  $s_{b_0}$  и  $s_{b_1}$  коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  вычисляют по формулам:

$$s_{b_0} = \frac{\sum_i x'_i}{\sum_i (x'_i)^2} \sqrt{\frac{s'^2}{N} + s_{b_1}^2}; \quad (26)$$

$$s_{b_1} = s' \sqrt{\frac{\sum_i (x'_i)^2}{N \sum_i (x'_i - \bar{x}')^2}}. \quad (27)$$

#### 8.4 Модель дисперсии общего вида

Выбирают начальные значения коэффициентов модели  $b_0$  и  $b_1$  [формула (7)] и  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  [формула (10)], где  $a_0 \neq 0$ .

Для каждой пары результатов измерений  $(x_i, y_i)$  вычисляют  $\hat{y}_i$  и  $s_i^2$ :

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i; \quad (28)$$

$$s_i^2 = a_0^2 + a_1^2 x_i + a_2^2 x_i^2. \quad (29)$$

Логарифм функции правдоподобия  $l$  вычисляют по формуле

$$l = \sum_{i=1}^N \left( -\ln(s_i) - \frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2s_i^2} \right). \quad (30)$$

Находят максимальное значение  $l$  путем многократных вычислений  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  с использованием процедуры оптимизации расчетов, например градиентного метода. Поскольку в уравнения входят квадраты коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$ , их значения могут быть положительными и отрицательными. Сохраняют положительные значения:

$$a_0 = |a_0|; \quad (31a)$$

$$a_1 = |a_1|; \quad (31b)$$

$$a_2 = |a_2|. \quad (31c)$$

Используют значения коэффициентов  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$ , соответствующие максимальному  $l$ .

Стандартные отклонения  $s_{b_0}$  и  $s_{b_1}$  коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  вычисляют по формулам:

$$s_{b_0} = \sqrt{\frac{\sum_i \omega_i x_i^2}{\sum_j \omega_j \sum_i \omega_i (x_i - \bar{x}_w)^2}}; \quad (32)$$

$$s_{b_1} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i \omega_i (X_i - \bar{X}_w)^2}}, \quad (33)$$

где

$$\omega_i = \frac{1}{s_i^2}; \quad (34)$$

$$\bar{X}_w = \frac{\sum_i \omega_i X_i}{\sum_i \omega_i}. \quad (35)$$

Образец крупноформатной таблицы для расчета коэффициентов функции регрессии и функции дисперсии приведен в приложении А, а соответствующий пример крупноформатной таблицы — в приложении В.

#### Примечания

1 Члены  $a_1^2 x$  и/или  $a_2^2 x^2$  в выражении для функции дисперсии могут быть незначительны. Это проверяют, полагая равными нулю коэффициенты  $a_1$  и/или  $a_2$  и повторяя процедуру расчета соответствующего максимума  $I$ . Если абсолютная разность двух значений  $I$  меньше 2, существенной разницы между моделями нет. Сохраняют более простую модель.

2 Обычно функция дисперсии имеет вид  $s^2 = a_0^2 + a_2^2 x^2$  ( $a_1 = 0$ ). Эта функция отражает стремление дисперсии к константе в области нижней границы диапазона измерений и пропорциональность дисперсии значению ХКВ в области верхней границы диапазона измерений. Три члена в выражение для функции дисперсии вводят только при большом числе пар измерений.

3 Если зависимость  $y = f(x)$  является нелинейной, но ее математический вид известен, формула (28) может быть заменена соответствующей математической функцией, а коэффициенты регрессии определены аналогично методом максимального правдоподобия.

## 9 Оценка неопределенности измерений

Значения коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  существенно отличаются от идеальных значений 0 и 1 соответственно, если:

$$|b_0| - 2s_{b_0} > 0 \quad (36)$$

и

$$|b_1 - 1| - 2s_{b_1} > 0. \quad (37)$$

Если формулы (36) и (37) показывают значимость поправок, систематическая погрешность при  $X = x$  может быть рассчитана в пределах диапазона измерений по формуле

$$\Delta y = b_0 + (b_1 - 1)x. \quad (38)$$

В соответствии с процедурами, указанными в [3], систематическая погрешность, возникающая в результате выявленного эффекта, может быть компенсирована путем введения поправки. Поправки могут быть введены, только если значения влияющих переменных, ответственных за эту систематическую погрешность, представительные. Однако неопределенность поправок, приравниваемая к неопределенности систематической погрешности, остается:

$$s_{\Delta y}^2 = s_{b_0}^2 + s_{b_1}^2 (x^2 - 2x\bar{x}_w), \quad (39)$$

где  $\bar{x}_w$ :

а) при модели дисперсии 8.2:

$$\bar{x}_w = \bar{x}; \quad (40)$$



б) при модели дисперсии 8.3:

$$\bar{x}_m = \frac{\sum_i \frac{1}{x_i}}{\sum_i \frac{1}{x_i^2}}; \quad (41)$$

с) при модели дисперсии 8.4: см. формулы (34) и (35).

При  $X = x$  вычисляют стандартное отклонение результата измерений в условиях применения на основе функции дисперсии по формуле

$$s^2 = a_0^2 + a_1^2 x + a_2^2 x^2. \quad (42)$$

Предполагая, что может быть введена поправка на систематическую погрешность  $\Delta y$ , вычисляют стандартное отклонение исправленного значения  $y_{\text{cor}}$  по формуле

$$\text{var}(y_{\text{cor}}) = \text{var}(y) + \text{var}(\Delta y), \quad (43a)$$

т. е.

$$s_{y_{\text{cor}}}^2 = s^2 + s_{\Delta y}^2. \quad (43b)$$

Неопределенность единичного результата измерений при  $X = x$  с коэффициентом охвата  $k = 2$  определяют по формуле

$$U = 2\sqrt{s^2 + s_{\Delta y}^2}. \quad (44)$$

Коэффициент охвата  $k = 2$  соответствует коэффициенту Стьюдента для доверительного интервала 95 % и нормального распределения.

В [3] рекомендуется всегда вводить поправку на систематическую погрешность. Обычно в инструкциях по оценке неопределенности измерений не приводят способы определения и введения поправок на систематические погрешности. Если введение поправки на систематические погрешности не является частью  $y$ -метода, эти погрешности включают в неопределенность измерений. Применяя согласно [3] принцип выражения погрешностей в показателях дисперсии, неопределенность измерений вычисляют по формуле

$$U = 2\sqrt{s^2 + (\Delta y)^2}. \quad (45)$$

Числовые значения неопределенности измерений всегда должны сопровождаться записью условий, в том числе условий окружающей среды, в которых они были получены.

**Приложение А**  
**(справочное)**

**Образец крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии**

В настоящем приложении приведен пример расчета коэффициентов функции регрессии и функции дисперсии с помощью программы табличных вычислений Microsoft Excel® Версия 5.0<sup>1)</sup>. Вводят формулы из таблицы А.1 в соответствующие ячейки пустой формы таблицы А.2.

Т а б л и ц а А.1 — Формулы для введения в пустую форму

Ячейка	Содержание
E5	=C5
E6	=C6
E7	=C7
E8	=C8
E9	=C9
E12	=SUM(G19:INDIRECT(ADDRESS(J3+18,7)))
F5	=SQRT((J5+J4^2)/(J5*J7))
F6	=SQRT(1/(J5*J7))
J3	=COUNT(B19:B2018)
J4	=SUMPRODUCT((B19:INDIRECT(J8))/(F19:INDIRECT(J10)))/J7
J5	=SUMPRODUCT(((B19:INDIRECT(J8))-J4)^2/(F19:INDIRECT(J10)))/J7
J6	=SUMPRODUCT((E19:INDIRECT(J9))^2/(F19:INDIRECT(J10)))/J7
J7	=SUMPRODUCT(1/(F19:INDIRECT(J10)))
J8	=ADDRESS(J3+18,2)
J9	=ADDRESS(J3+18,5)
J10	=ADDRESS(J3+18,6)
D19	=IF(ISNUMBER(C19), \$E\$5+\$E\$6*B19, "-")
E19	=IF(ISNUMBER(C19), C19-D19, "-")
F19	=IF(ISNUMBER(C19), \$E\$7^2+\$E\$8^2*B19+\$E\$9^2*B19^2, "-")
G19	=IF(ISNUMBER(C19), -(E19^2/F19)/2-LN(2.5066*SQRT(F19)), "-")

<sup>1)</sup> Excel® — торговое наименование программы, предоставляемой Microsoft. Возможно использование других программ, приводящее к получению аналогичных результатов.

Таблица А.2 — Незаполненная форма крупноформатной таблицы

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K									
1	Версия 1.2																		
2																			
3																			
4	Результаты расчета по модели																		
5	Стартовые значения	Коэффициенты	Значения	Стандартные отклонения															
6																			
7																			
8																			
9																			
10																			
11																			
12																			
13																			
14																			
15																			
16	Значения вероятности																		
17	Референтный метод	Проверочный метод	Модель у	Одметок	Модель доверия p/2														
18	x	y	xy	y-x															
19	1																		
20	2																		
21	3																		
22	4																		
23	5																		
24	6																		
25	7																		
26	8																		
27	9																		
28	10																		
29	11																		
30	12																		

Выполнительные параметры										
Число измерений										
Внешние эффекты x										
Внешняя температура z										
Система измерений датирована										
Сумма весов										
Алгоритм вычисления										
Модель регрессии										
$xy = 10 + 11x$										
$xy^2 = 10^2x^2 + 11^2x + 12^2x^2$										
Методика измерения										
1) Убедиться в том, что установлена лабораторная программа «Фон» (применение результатов)										
2) Выход использовать пустую форму таблицы (ссылка с §5.5 по §5.9 формулы таблицы)										
3) Выход N для результатов измерений (N, M) и выходов B14, C16 по B(N+14), C(N+16)										
4) Копировать формулу D19-D18 вниз от D(N+14) до D(N+16)										
5) Применить формулу D19-D18 вниз от D(N+14) до D(N+16)										
6) Выходит результат измерения «Фон» (ссылка с §5.5 по §5.9 формулы таблицы)										
7) Применить формулу D19-D18 вниз от D(N+14) до D(N+16)										
Увеличить значение вероятности (по умолчанию)										
Увеличить значение вероятности										
Результат										
Путь измерения										
Среднее значение										
Необходимые отклонения										
Формула измерения										
4) Выходит результат измерения «Фон» (ссылка с §5.5 по §5.9 формулы таблицы)										
6) Если значение измерения для e1 или e2 превышает, возвращает абсолютное значение										

Приложение В  
(справочное)

Пример крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии

Solver parameters	
Set target cell:	<input type="text" value="\$E\$12"/>
Equal to:	<input checked="" type="radio"/> Max <input type="radio"/> Min <input type="radio"/> Value Of <input type="text" value="0"/>
By changing cells	<input type="text" value="\$E\$5:\$E\$9"/>
Subject to the constraints	<input type="text" value="\$E\$7=0.0000001"/> <input type="text" value="\$E\$8=0"/>
	<input type="button" value="Solve"/> <input type="button" value="Guess"/>
	<input type="button" value="Add..."/> <input type="button" value="Change..."/> <input type="button" value="Delete"/>
	<input type="button" value="Solve"/> <input type="button" value="Close"/> <input type="button" value="Options..."/> <input type="button" value="Reset all"/> <input type="button" value="Help"/>

Параметры программы расчета	
Установить значение ячейки	<input type="text" value="\$E\$12"/>
Равно:	<input checked="" type="radio"/> Макс <input type="radio"/> Мин <input type="radio"/> Значение <input type="text" value="0"/>
Путем замены ячеек	<input type="text" value="\$E\$5:\$E\$9"/>
Ограничения	<input type="text" value="\$E\$7=0.0000001"/> <input type="text" value="\$E\$8=0"/>
	<input type="button" value="Предположение"/>
	<input type="button" value="Добавить..."/> <input type="button" value="Изменить..."/> <input type="button" value="Удалить"/>
	<input type="button" value="Решить"/> <input type="button" value="Закрыть"/> <input type="button" value="Опции"/> <input type="button" value="Удалить все"/> <input type="button" value="Помощь"/>

Рисунок В.1 — Пример окна параметров программы-решателя<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Программа-решатель на русском языке приведена для удобства пользователей настоящего стандарта.

Таблица В.1 — Пример крупноформатной таблицы

А	В	С	Д	Е	Ж	З	И	К
1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81
82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114	115	116	117
118	119	120	121	122	123	124	125	126
127	128	129	130	131	132	133	134	135
136	137	138	139	140	141	142	143	144
145	146	147	148	149	150	151	152	153
154	155	156	157	158	159	160	161	162
163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189
190	191	192	193	194	195	196	197	198
199	200	201	202	203	204	205	206	207
208	209	210	211	212	213	214	215	216
217	218	219	220	221	222	223	224	225
226	227	228	229	230	231	232	233	234
235	236	237	238	239	240	241	242	243
244	245	246	247	248	249	250	251	252
253	254	255	256	257	258	259	260	261
262	263	264	265	266	267	268	269	270
271	272	273	274	275	276	277	278	279
280	281	282	283	284	285	286	287	288
289	290	291	292	293	294	295	296	297
298	299	300	301	302	303	304	305	306
307	308	309	310	311	312	313	314	315
316	317	318	319	320	321	322	323	324
325	326	327	328	329	330	331	332	333
334	335	336	337	338	339	340	341	342
343	344	345	346	347	348	349	350	351
352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369
370	371	372	373	374	375	376	377	378
379	380	381	382	383	384	385	386	387
388	389	390	391	392	393	394	395	396
397	398	399	400	401	402	403	404	405
406	407	408	409	410	411	412	413	414
415	416	417	418	419	420	421	422	423
424	425	426	427	428	429	430	431	432
433	434	435	436	437	438	439	440	441
442	443	444	445	446	447	448	449	450
451	452	453	454	455	456	457	458	459
460	461	462	463	464	465	466	467	468
469	470	471	472	473	474	475	476	477
478	479	480	481	482	483	484	485	486
487	488	489	490	491	492	493	494	495
496	497	498	499	500	501	502	503	504
505	506	507	508	509	510	511	512	513
514	515	516	517	518	519	520	521	522
523	524	525	526	527	528	529	530	531
532	533	534	535	536	537	538	539	540
541	542	543	544	545	546	547	548	549
550	551	552	553	554	555	556	557	558
559	560	561	562	563	564	565	566	567
568	569	570	571	572	573	574	575	576
577	578	579	580	581	582	583	584	585
586	587	588	589	590	591	592	593	594
595	596	597	598	599	600	601	602	603
604	605	606	607	608	609	610	611	612
613	614	615	616	617	618	619	620	621
622	623	624	625	626	627	628	629	630
631	632	633	634	635	636	637	638	639
640	641	642	643	644	645	646	647	648
649	650	651	652	653	654	655	656	657
658	659	660	661	662	663	664	665	666
667	668	669	670	671	672	673	674	675
676	677	678	679	680	681	682	683	684
685	686	687	688	689	690	691	692	693
694	695	696	697	698	699	700	701	702
703	704	705	706	707	708	709	710	711
712	713	714	715	716	717	718	719	720
721	722	723	724	725	726	727	728	729
730	731	732	733	734	735	736	737	738
739	740	741	742	743	744	745	746	747
748	749	750	751	752	753	754	755	756
757	758	759	760	761	762	763	764	765
766	767	768	769	770	771	772	773	774
775	776	777	778	779	780	781	782	783
784	785	786	787	788	789	790	791	792
793	794	795	796	797	798	799	800	801
802	803	804	805	806	807	808	809	810
811	812	813	814	815	816	817	818	819
820	821	822	823	824	825	826	827	828
829	830	831	832	833	834	835	836	837
838	839	840	841	842	843	844	845	846
847	848	849	850	851	852	853	854	855
856	857	858	859	860	861	862	863	864
865	866	867	868	869	870	871	872	873
874	875	876	877	878	879	880	881	882
883	884	885	886	887	888	889	890	891
892	893	894	895	896	897	898	899	900
901	902	903	904	905	906	907	908	909
910	911	912	913	914	915	916	917	918
919	920	921	922	923	924	925	926	927
928	929	930	931	932	933	934	935	936
937	938	939	940	941	942	943	944	945
946	947	948	949	950	951	952	953	954
955	956	957	958	959	960	961	962	963
964	965	966	967	968	969	970	971	972
973	974	975	976	977	978	979	980	981
982	983	984	985	986	987	988	989	990
991	992	993	994	995	996	997	998	999
1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008
1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017
1018	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1025	1026
1027	1028	1029	1030	1031	1032	1033	1034	1035
1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044
1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053
1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060	1061	1062
1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071
1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080
1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	1088	1089
1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098
1099	1100	1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107
1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116
1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125
1126	1127	1128	1129	1130	1131	1132	1133	1134
1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143
1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152
1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161
1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170
1171	1172	1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179
1180	1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188
1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197
1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204	1205	1206
1207	1208	1209	1210	1211	1212	1213	1214	1215
1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224
1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233
1234	1235	1236	1237	1238	1239	1240	1241	1242
1243	1244	1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251
1252	1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260
1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269
1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276	1277	1278
1279	1280	1281	1282	1283	1284	1285	1286	1287
1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296
1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304	1305
1306	1307	1308	1309	1310	1311	1312	1313	1314
1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323
1324	1325	1326	1327	1328	1329	1330	1331	1332
1333	1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341
1342	1343	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350
1351	1352	1353	1354	1355	1356	1357	1358	1359
1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368
1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377



**Приложение С**  
**(справочное)**

**Сведения о соответствии национальных стандартов Российской Федерации ссылочным международным (региональным) стандартам**

Обозначение ссылочного международного стандарта	Обозначение и наименование соответствующего национального стандарта Российской Федерации
ИСО 6879:1995	*
ИСО 9169:1994	*
ИСО 3534-1:1993	ГОСТ Р 50779.10—2000 (ИСО 3534-1—93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения
ИСО 4225:1994	*
ИСО 7935:1992	*
* Соответствующий национальный стандарт отсутствует. До его утверждения рекомендуется использовать перевод на русский язык данного международного стандарта. Перевод данного международного стандарта находится в Федеральном информационном фонде технических регламентов и стандартов.	

**Библиография**

- [1] ИСО 3534-1:1993 Статистика — Словарь и обозначения — Часть 1: Вероятность и общие статистические термины
- [2] ИСО 4225:1994 Качество воздуха — Общие аспекты (положения) — Словарь
- [3] Guide to expression of uncertainty in measurement, first edition, 1993 International organization for Standardization, Geneva, Switzerland<sup>1)</sup>
- ИСО 7935:1992 Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации диоксида серы — Параметры автоматических методов измерений
- ИСО 10849:1996 Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации оксидов азота — Рабочие характеристики автоматических измерительных систем

<sup>1)</sup> Руководство по выражению неопределенности измерения: Аутентичный перевод с англ./Под ред. проф. Слава В.А. — СПб.: Изд-во ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999.

Ключевые слова: качество воздуха, метод измерений, референтный метод, параллельные измерения, оценка неопределенности измерений

Редактор Л.В. Афанасенко  
Технический редактор Н.С. Гришанова  
Корректор Т.И. Кононенко  
Компьютерная верстка В.И. Грищенко

Сдано в набор 20.01.2006. Подписано в печать 09.03.2006. Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Гарнитура Ариал.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,32. Уч.-изд. л. 1,45. Тираж 300 экз. Зак. 95. С 2441.

ФГУП «Стандартинформ», 123995 Москва, Гранатный пер., 4.  
[www.gostinfo.ru](http://www.gostinfo.ru) [info@gostinfo.ru](mailto:info@gostinfo.ru)

Набрано во ФГУП «Стандартинформ» на ПЭВМ

Отпечатано в филиале ФГУП «Стандартинформ» — тип. «Московский печатник», 105062 Москва, Лялин пер., 6